

COURS 1 PG

LA SPECTROSCOPIE TEMPORELLE ET LE TRAITEMENT DU SIGNAL ASSOCIE

L'objectif de ce cours est l'étude de la spectroscopie dans le domaine temporel ainsi que le traitement du signal associé et l'importance de la transformée de Fourier discrète qui permet de travailler dans le domaine des fréquences et d'effectuer une déconvolution pour s'affranchir du problème de la fonction d'appareil.

La présentation des différents protocoles utilisés en S.D.T, qui ont été divisé en deux catégories: la méthode de la première réflexion et les méthodes à réflexions multiples. Après étude, plusieurs exemples d'applications qui permettent la détermination de la permittivité des échantillons de faibles épaisseurs

I.1 Rappel sur la Réflectométrie temporelle

La Réflectométrie temporelle est, traditionnellement, utilisée pour la mesure de la permittivité des matériaux. Le principe de fonctionnement de la Réflectométrie temporelle T.D.R (Time Domain Reflectometry) est basé sur le principe d'un radar (effet écho), seulement la T.D.R utilise des impulsions au lieu des signaux sinusoïdaux. Cette technique était très utilisée pour la détection des discontinuités dans les lignes de transmission. Une impulsion produite par un générateur d'impulsion se propage à travers la ligne coaxiale et est réfléchi par un échantillon placé à l'extrémité de la ligne. L'impulsion réfléchi se propage également sur la même ligne. La différence entre l'impulsion réfléchi et l'incidente, enregistré temporellement, contient des informations sur les propriétés électromagnétique de l'élément sous test

La technique de T.D.R a été appliquée, pour la première fois, au domaine des études diélectriques par Fellner-Feldegg en 1969. Indépendamment, en 1969 Bagozzi, Ives, et Nahman ont déterminé le temps de relaxation diélectrique dans les liquides binaires de Debye en utilisant une méthode temporelle. En 1970, Nicolson et Ross ont présenté une nouvelle méthode temporelle basée sur des impulsions réfléchi et autre transmises pour déterminer la perméabilité d'un matériau sur une large bande de fréquence.

Le réflectomètre de la technique T.D.R a été amélioré en reliant, par l'intermédiaire d'un voltmètre programmable assurant la conversion analogique numérique, à un dispositif d'acquisition automatique et de traitement de donnée qui va gérer toute la manipulation en temps réel; l'ensemble ainsi constitué est appelé spectromètre en domaine de temps S.D.T.

I.2 Principe de base de la spectromètre en domaine de temps (S.D.T)

La spectromètre en domaine de temps S.D.T est basé sur la théorie des lignes de transmission dans le domaine temporel, ce qui facilite l'étude des hétérogénéité dans les lignes coaxiales en fonction du changement de la forme du signal de test. Jusqu'à ce que la ligne soit homogène et la forme de cet échelon n'est pas modifiée; mais, dans le cas d'hétérogénéité dans la ligne, le signal est en partie réfléchi par l'interface air-échantillon et l'autre partie passe à travers l'échantillon sous test.

Le schéma simplifié de la configuration courante pour la plupart des méthodes de S.D.T (à l'exception des techniques de transmission) est présenté dans la figure. I.1. Les différences sont principalement la construction de la cellule de mesure et de sa position dans la ligne coaxiale. Ceux-ci mènent aux différents types d'expressions pour les valeurs qui sont enregistrées pendant la mesure et les caractéristiques diélectriques de objets étudiés.

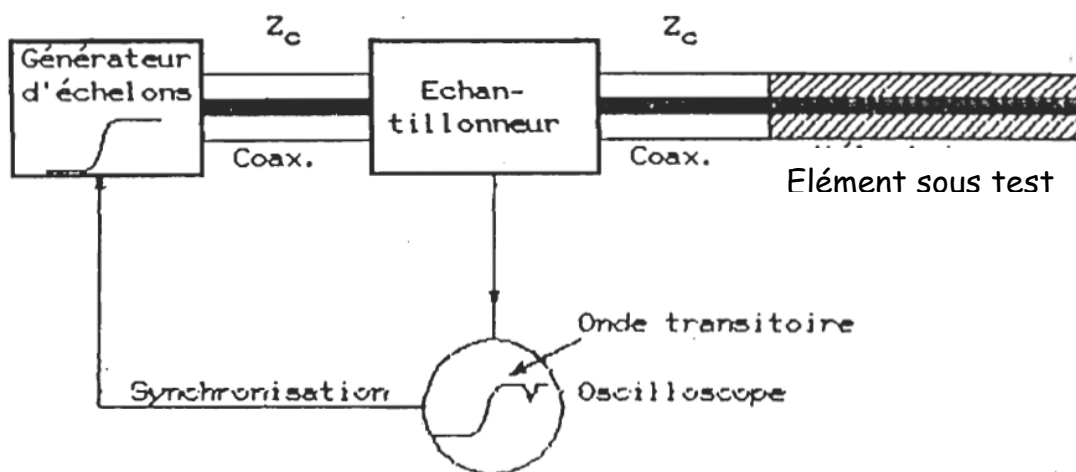


Figure. I.1. Schéma bloc de la spectromètre en domaine de temps (S.D.T).

Pour la configuration représentée sur la figure I.1, la croissance rapide de l'échelon de tension $V_0(t)$ arrive à la tête de prélèvement où le signal $R(t)$ réfléchi par l'échantillon

est également enregistré. Le signal $R(t)$ passe à un échantillonneur avec le temps de retard correspondant à une longueur double de la ligne coaxiale à partir de l'échantillonneur à l'interface air-diélectrique. En général, pour le système idéal, la tension appliquée à l'échantillon est $V(t) = V_0(t) + R(t)$ où $V_0(t)$ et $R(t)$ sont respectivement le signal incident et réfléchi figure (I.2). où Z_0 est l'impédance caractéristique de la ligne vide.

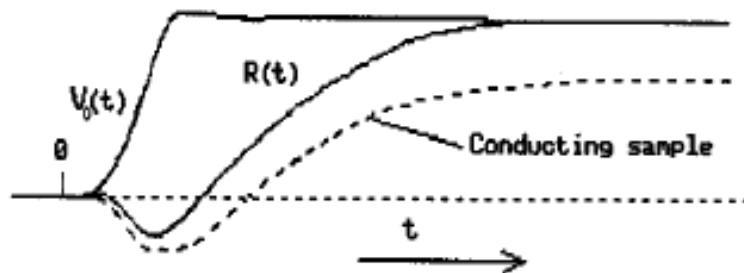


Figure. I.2: Forme caractéristique du signal enregistré lors d'une expérience de T.D: échelon incidente; $R(t)$: signal réfléchi [2].

Un échelon de ce type peut être schématisé par la figure ci-dessous :

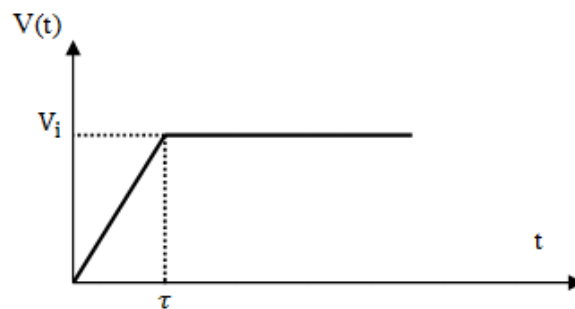


Figure. I.3 : Echelon incident de tension en domaine temporel.

avec les caractéristiques

$$V(t) = \begin{cases} 0 & \text{pour } t \leq 0 \\ \frac{V_i}{\tau} t & \text{pour } 0 \leq t \leq \tau \\ V_i & \text{pour } t \geq \tau \end{cases}$$

Nous pouvons d'après les propriétés issues du théorème de Fourier, calculer l'amplitude complexe $V(\omega)$ dans l'espace transformé des fréquences :

$$V(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} V(t) e^{-j\omega t} dt = \int_0^{+\infty} V(t) e^{-j\omega t} dt = -\frac{V_i}{\tau} \frac{1 - e^{-j\omega\tau}}{\omega^2}$$

Lorsque le temps de montée devient faible, nous aurons :

$$V_{\tau \rightarrow 0}(\omega) = \frac{V_i}{j\omega}$$

Cette dernière expression correspond à la transformée de la fonction échelon dont nous pouvons également calculer la densité spectrale, il vient:

$$I(\omega) = V(\omega) \cdot V^*(\omega) = -\frac{2V_i^2}{\tau^2} \left(\frac{1 - \cos(\omega\tau)}{\omega^4} \right) \quad I_{\tau \rightarrow 0}(\omega) = 2 \frac{V_i^2}{\tau^2} \frac{\omega^2 \tau^2}{2\omega^4} = \frac{V_i^2}{\omega^2}$$

Dans cette dernière expression, nous voyons l'intérêt d'utiliser un signal incident à montée très brève, ce qui permet de couvrir une large bande de fréquence. Ce signal se propage donc dans une ligne d'impédance caractéristique et lorsqu'il rencontre une ligne d'impédance Z une partie du signal incident sera réfléchi. Le coefficient de réflexion est

$$R = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0}$$

Nous pourrions donc, connaissant R , obtenir Z et caractériser la nature de ce changement d'impédance, il pourra être dû à un défaut de connectique, à un changement de standard dans la propagation guidée ou dans le cas de présence d'un échantillon dans la ligne. Le signal ainsi obtenu doit être traité pour le rendre compatible avec l'algorithme de la transformée de Fourier (rapide ou discrète) utilisé et ainsi pouvoir passer dans le domaine des fréquences dans lequel il sera analysé et éventuellement interprété.

I.3 Définition de la fonction d'appareil

Un appareil de mesure donne d'un phénomène physique non pas une image nette mais une image un peu floue; par exemple une impulsion infiniment brève à l'entrée d'un amplificateur ne donne jamais en sortie une impulsion infiniment brève mais un signal de durée finie, non nulle. Le spectromètre traduira lui aussi une impulsion de durée quasi nulle par un signal de durée finie et cela à donc pour effet de perturber un signal quelconque injecté à son entrée. Pour en tenir compte et corriger l'erreur engendrée, on introduit une grandeur caractéristique de l'appareil que l'on appelle "Fonction d'appareil".

On représente le spectromètre par système défini sur la figure ci-dessous, où il est considéré uniquement comme un simple système de transfert donnant à partir d'une information reçue $E(t)$ une réponse $S(t)$ qui dépend uniquement de $E(t)$.

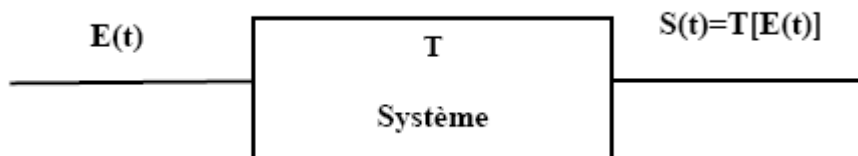


Figure. I.4 : Réponse $S(t)$ par un système T à une information $E(t)$

Si nous envoyons sur notre système que nous supposons passif, linéaire et causal et vérifiant $E(t) = \delta(t - t_0)$, le principe de l'invariance temporelle, une impulsion brève nous aurons alors, à la sortie, un signal de durée finie.

On introduit la fonction de Dirac définie par

$$E(t) = \delta(t)$$

et

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1$$

On a encore en $t_0 = 0$:

$$E(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j\omega t} d\omega$$

Dans ce cas le signal d'entrée peut être considéré comme une somme infinie d'exponentielle

$$S(t) = T \left[\int_{-\infty}^{+\infty} e^{j\omega t} d\omega \right]$$

Le système est linéaire, donc

$$S(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} T[e^{j\omega t} d\omega]$$

Dans cette expression, le terme $T[e^{j\omega t}]$ peut être considéré comme la réponse du système à $E(t) = \int e^{j\omega t} d\omega$.

Nous pouvons également écrire d'après la propriété de l'invariance temporelle :

$$S[t + t_1] = T[e^{j\omega(t+t_1)}] = T[e^{j\omega t_1} e^{j\omega t}] = e^{j\omega t_1} T[e^{j\omega t}]$$

Pour $t=0$, il vient :

Dans ce cas le signal d'entrée peut être considéré comme une somme infinie d'exponentielle :

Le système est linéaire, donc

$$S(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} T[e^{j\omega t}] d\omega$$

Dans cette expression, le terme $T[e^{j\omega t}]$ peut être considéré comme la réponse du système à $E(t) = \int e^{j\omega t} d\omega$.

Nous pouvons également écrire d'après la propriété de l'invariance temporelle :

$$S[t + t_1] = T[e^{j\omega(t+t_1)}] = T[e^{j\omega t_1} e^{j\omega t}] = e^{j\omega t_1} T[e^{j\omega t}]$$

Pour $t=0$, il vient :

$$T[e^{j\omega t_1}] = e^{j\omega t_1} T[1]$$

t_1 est quelconque, donc

$$T[e^{j\omega t}] = e^{j\omega t} T[1]$$

Nous avons donc trouvé un facteur de proportionnalité entre la réponse $T[e^{j\omega t}]$ et son excitation $\exp(j\omega t)$. Ce facteur est généralement complexe et dépendant de ω , nous l'appellerons fonction de transfert et le noterons $H(\omega)$.

$$T[e^{j\omega t}] = H(\omega) e^{j\omega t}$$

la réponse à une impulsion de Dirac pourra alors s'écrire :

$$S(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} H(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

où on reconnaît l'expression de la transformée de Fourier inverse de $H(\omega)$:

$$S(t) = TF^{-1}[H(\omega)]$$

Ainsi la réponse du système à une impulsion infiniment brève est transformée de Fourier inverse de la fonction $H(\omega)$, nous l'appellerons réponse d'impulsion, nous la noterons $H(t)$.

Si nous considérons maintenant un signal d'entrée $V(t)$ quelconque. Nous aurons à l'intégrale de convolution :

Si nous considérons maintenant un signal d'entrée $V(t)$ quelconque. Nous aurons à l'intégrale de convolution :

La réponse de ce signal est :

$$\begin{aligned}
 W(t) &= T[V(t)] \\
 &= T \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t - t_1) V(t_1) dt_1 \right] \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} T[\delta(t - t_1) V(t_1) dt_1] \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} T[\delta(t - t_1)] V(t_1) dt_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} H(t - t_1) V(t_1) dt_1
 \end{aligned}$$

On reconnaît alors l'expression du produit de convolution de la fonction d'appareil $H(t)$ par notre signal d'entrée.

$$W(t) = H(t) * V(t)$$

Donc, la réponse d'un système physique à une excitation incidente est donc donnée par le produit de convolution de cette excitation par la réponse impulsionnelle du système. Nous pouvons utiliser la propriété du produit de convolution qui s'énonce comme suit.

*Si $F(\omega)$ et $G(\omega)$ sont les transformées de Fourier respectivement de $F(t)$ et $g(t)$ alors le produit algébrique de $F(\omega).G(\omega)$ sera la transformée de Fourier du produit de convolution de $F(t) * g(t)$ et réciproquement*

Nous appliquons cette propriété à nos signaux, nous aurons $W(t)=H(t) * V(t)$

Transformation de Fourier $W(\omega)=H(\omega).V(\omega)$

Nous pouvons donc définir $V(\omega)$, fonction recherchée, par

Pour cela il suffit d'avoir une charge étalon dont on connaît la réponse sur l'ensemble de la bande spectral.

Nous avons deux possibilités

1. Le court-circuit (parfait) dont la réponse en fréquence est $R_{cc}(\omega) = -1$ d'où sa réponse temporelle s'exprime par $R_{cc}(t) = -\delta(t = 0)$
2. La ligne ouverte dont la réponse en fréquence est $R_{lo}(\omega) = 1$ d'où sa réponse temporelle $R_{lo} = \delta(t = 0)$

Dans ces deux cas, le signal détecté aura pour expression :

$W(\omega) = -H(\omega)$ Pour le court-circuit et $W(\omega) = H(\omega)$ pour la ligne ouverte.

La réponse réelle devient donc :

- $V(\omega) = -\frac{TF[W(t)]}{TF[R_{cc}(t)]}$ si la référence est un court-circuit.
- $V(\omega) = \frac{TF[W(t)]}{TF[R_{lo}(t)]}$ si la référence est une ligne ouverte.

Le choix de la charge de référence sera défini selon la méthode de mesure utilisée et la nature du matériau à caractériser.

I.3 La transformée de Fourier discrète en S.D.T

Notre but était la de convolution du signal détecté et de caractériser le l'élément sous test en fonction de la fréquence, pour cela il faut passer du domaine de temps au domaine de fréquence on utilisant la transformée de Fourier, qui est donné par:

$$V(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} v(t) e^{-j2\pi ft} dt$$

En pratique, l'évaluation de $V(f)$ se fait par la transformation de Fourier discrète (T.F.D) la seule adaptée au traitement numérique par ordinateur des signaux échantillonnés, donc l'intégrale précédente est évaluée par une somme discrète.

Il vient :

$$V(n\Delta f) = \Delta t \sum_{-\infty}^{+\infty} v(k\Delta t) e^{-j2\pi(n\Delta f k\Delta t)}$$

Comme il est impossible de traiter le signal sur un intervalle de temps infini. Nous somme contraint alors de calculer la T.F.D sur un intervalle de temps fini $T = N\Delta t$, où N est le nombre d'échantillon et Δt est le pas d'échantillonnage (figure. I.5).

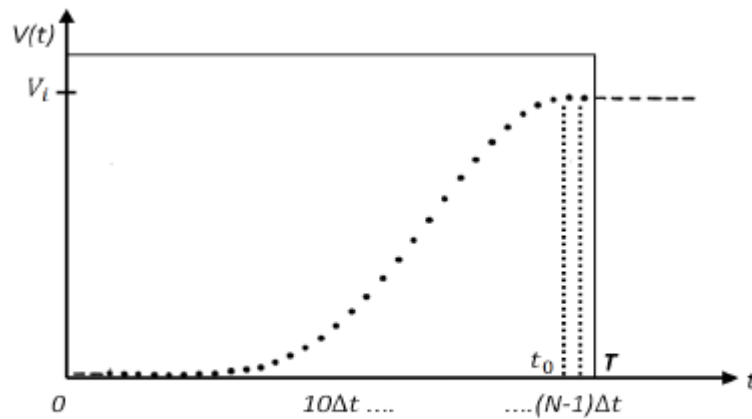


Figure. I.5 : Signal en échelon $v(k\Delta t)$ échantillonné.

Le problème fondamental qui se pose alors est de minimiser au maximum cette erreur ou mieux de s'en affranchir

I.3.1 Les fenêtres de troncature

Une première méthode pour atténuer ces distorsions consiste à multiplier le signal par une fenêtre de troncature dont les lobes sont moins amples et moins étalés que ceux de la fonction $\sin x/x$.

Les fonctions les plus usuelles sont:

- La fonction de Hanning, $H_n(t) = 0.5 \left(1 - \cos \frac{2\pi t}{T} \right)$.
- La fonction de Hamming, $H_m(t) = 0.54 - 0.46 \cos \frac{2\pi t}{T}$.
- La fonction Gaussienne, $G_s(t) = \exp \left[- \left(t - \frac{T}{2} \right)^2 \frac{1}{2\sigma^2} \right]$.

En outre, ces fenêtres conduisent à une convolution dans l'espace des fréquences, ce qui est incompatible avec la S.D.T puisque le but fixé est de déconvoluer le signal en passant dans le domaine de fréquence.

I.3.2 Méthodes évitant l'effet de troncature.

Différentes méthodes ont été proposées pour traiter un signal en échelon par la T.F.D sans troncature. Pour cela il faut, non seulement que la forme du signal soit modifiée que les niveaux final et initial soient identiques à l'intérieur de la fenêtre d'observation, mais encore que cette modification n'altère pas celle-ci à l'instar des fenêtres temporelles citées précédemment. Parmi les fenêtres obtenues par les méthodes suivantes: La Méthode de Gans, La Méthode de Nicolson ou la Méthode de Samulon.

A Méthode de Samulon

La méthode de Samulon a été appliquée dans plusieurs études en S.D.T, suite à sa bonne dynamique des signaux transformés. Cette méthode a l'avantage de ne pas écraser les fréquences élevées contrairement aux autres méthodes existante Gans et Nicolson. Cependant, elle présente l'inconvénient d'augmenter le bruit du signal temporel, ceci est quand même moins pénalisant que ne pas avoir d'information sur les fréquences élevées.

Cette méthode, appelée aussi méthode de la courbe dérivée, consiste à calculer la T.F.D de la dérivée du signal original figure. I.6.

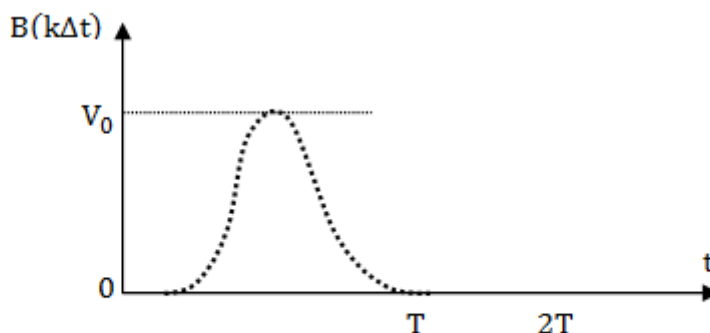


Figure I.6: Signal obtenu par l'application de la méthode de Samulon.

Cette dérivée est définie par :

$$B(k\Delta t) = v(k\Delta t) - v[(k-1)\Delta t] \quad \text{et } B(0) = v(0) = 0$$

La T.F.D de $B(k\Delta t)$ donne :

$$S(n/N\Delta t) = \frac{\Delta t}{1 - e^{-j\frac{2\pi n}{N}}} \sum_{k=0}^{N-1} B(k\Delta t) e^{-j\frac{2\pi k n}{N}}$$

On remarque que $S(n/N\Delta t)$ représente au facteur $1/(1 - e^{-j2\pi n/N})$ près, la transformée de Fourier discrète de la dérivée numérique de la fonction originale $V(t)$ et que, d'autre part, les valeurs extrêmes $B(0)$ et $B[(N-1)\Delta t]$ sont identiquement nulles.

Si $W(t) = H(t) * V(t)$ est la réponse donnée par l'échantillon à caractériser et

$R_{cc}(t) = H(t) * [-\delta(t=0)]$ est due à la référence (court-circuit), il vient:

$$V(\omega) = -\frac{TFD[W(t)]}{TFD[R_{cc}(t)]}$$

D'après la propriété du dérivé du T.F on peut écrire:

$$V(\omega) = \frac{TFD[\Delta W(t)]}{TFD[\Delta R_{cc}(t)]} = -\frac{(1 - \exp(-j\omega\Delta t))TFD[W(t)]}{(1 - \exp(-j\omega\Delta t))TFD[R_{cc}(t)]} = -\frac{TFD[W(t)]}{TFD[R_{cc}(t)]}$$

Donc, pour trouver le coefficient de réflexion réel, il faut prendre le rapport de T.F.D de la dérivée du signal temporel donné par l'échantillon et la T.F.D de la réponse de référence (un court-circuit ou une ligne ouverte). Nous pouvons donc ainsi définir par déconvolution la réponse d'un matériau dans le domaine des fréquences et par suite ses paramètres diélectriques dans une bande de fréquence dont nous allons définir les limites hautes et basses fréquences.

La limite haute fréquence est imposée par deux critères distincts :

La première: est inhérente à l'utilisation de la transformée de Fourier discrète et notamment au phénomène de repliement du spectre qui survient quand le critère de

Nyquist n'est pas satisfait. Cela implique donc d'utiliser une fréquence d'échantillonnage définie par :

$$\Delta F = \frac{1}{N\Delta t} = \frac{1}{T} \quad \text{avec} \quad F_e = N\Delta F$$

elle doit être, telle que $F_e < F_{\max}$ où $F_{\max}$ est la fréquence maximum que l'on peut atteindre afin d'éviter le phénomène de recouvrement.

La seconde: est directement liée à la bande passante du matériel.

La limite haute fréquence F_L peut donc être définie par

$$F_L = \frac{F_e}{4} \text{ si } F_c > \frac{F_e}{4} \quad \text{et} \quad F_L = F_c \text{ si } F_c < \frac{F_e}{4}$$

(où F_L est la limite haute fréquence d'utilisation de notre matériel).

En basses fréquences outre le statique qui suivant les protocoles utilisées n'est pas toujours accessible, la première fréquence d'intérêt F_0 sera: $F_0 = \Delta F$

I.4 Exemple de Protocoles expérimentaux utilisés en S.D.T

L'échantillon, comme le montre la figure. I.7, est placé dans une ligne coaxiale du standard 7mm et d'impédance caractéristique Z_0 . Nous faisons propager une onde TEM, et quand celle-ci rencontre une charge Z une partie de l'onde sera réfléchie au niveau de ce changement d'impédance.

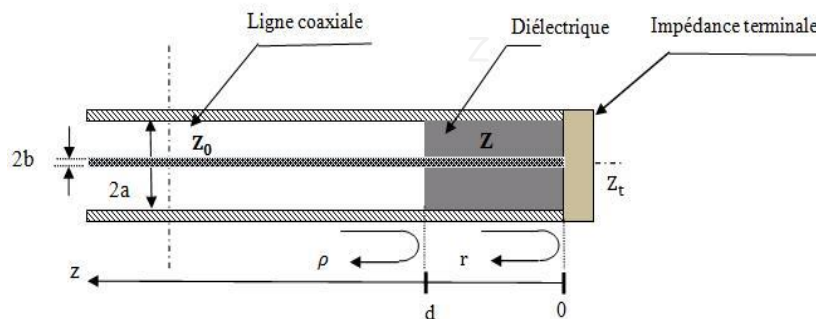


Figure I.7. Echantillon placé dans une ligne à air.

L'impédance caractéristique Z_0 d'une ligne coaxiale est définie par:

$$Z_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \ln \frac{a}{b}$$

où ϵ et μ sont respectivement la permittivité et la perméabilité du vide :

$$\mu_0 = \frac{4\pi}{10^7} \quad \text{et} \quad \epsilon_0 = \frac{1}{36\pi 10^9}$$

a et b sont respectivement le rayon extérieur et intérieur de la ligne coaxiale.

En présence d'un milieu quelconque de permittivité ϵ et de perméabilité μ l'impédance caractéristique devient

$$Z = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0 \mu}{\epsilon_0 \epsilon}} \ln \frac{a}{b} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} Z_0$$

La constante de propagation γ s'exprime par :

$$\gamma = j \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon \mu}$$

avec $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3 \times 10^8$ m/s qui est la célérité de la lumière et $\omega = 2\pi f$: la pulsation angulaire.

Dans le cas où le matériau est purement diélectrique ($\mu = 1$)

$$Z = \frac{Z_0}{\sqrt{\epsilon}} \quad \text{et} \quad \gamma = j \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon}$$

1-4-1 Calcul des coefficient de réflexion et de transmission

Si nous considérons un diélectrique d'épaisseur d et de constante diélectrique ϵ disposée entre deux milieux (figure. I.8), ce qui va générer des réflexions multiples sur les deux interfaces du diélectrique.

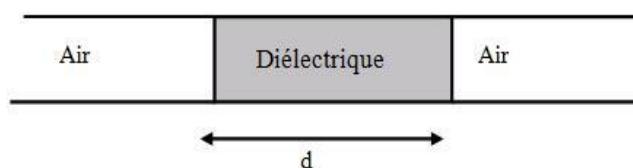


Figure. I. 8 : Représentation de la ligne à air contenant l'échantillon.

nous obtenons des réflexions que nous schématisons comme suit :

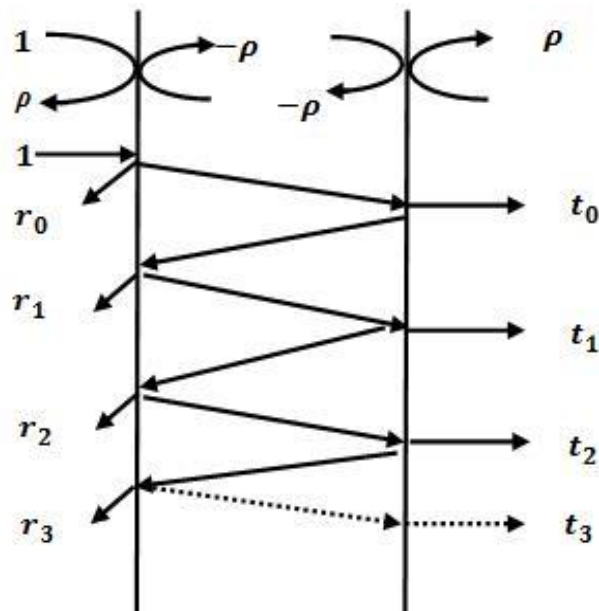


Figure. I.9: Les réflexions multiples dans l'échantillon.

Dans le cas général, pour avoir le signal réfléchi R et le signal transmis T, on fait la superposition des réflexions partielles et des transmissions partielles, on obtient le schéma suivant:

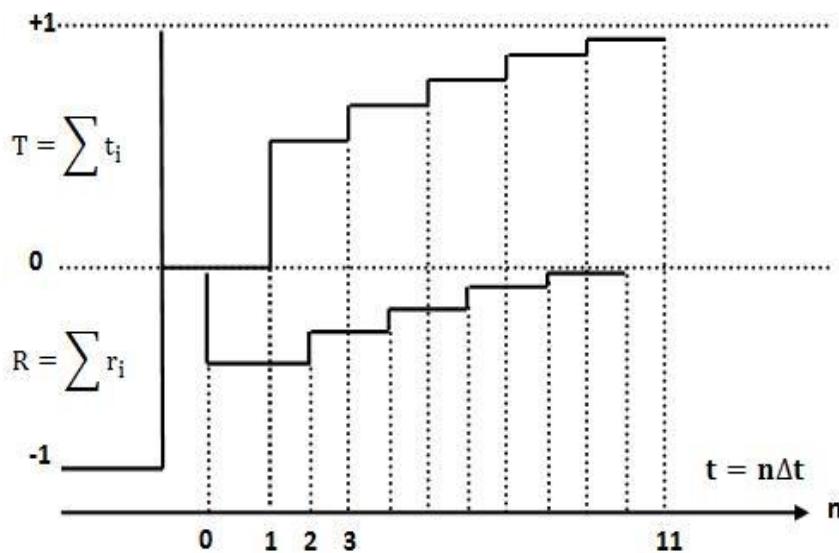


Figure .I. 10 : Les coefficients de réflexion et detransmission temporelle.

Les deux signaux sont décalés dans le temps d'une quantité Δt puisque la première transmission apparaît quand l'onde aura traversée l'échantillon alors que la deuxième apparaît pour un temps double nécessaire pour effectuer l'aller et tour.

Le calcul des coefficients de réflexion et de transmission en domaine fréquentiel consiste à écrire les équations des champs au niveau des différentes interfaces, puis écrire ce coefficient en fonction des coefficients de réflexion à la première et à la deuxième interface.

Nous pouvons schématiser le problème par la figure I.11 ci-dessous:

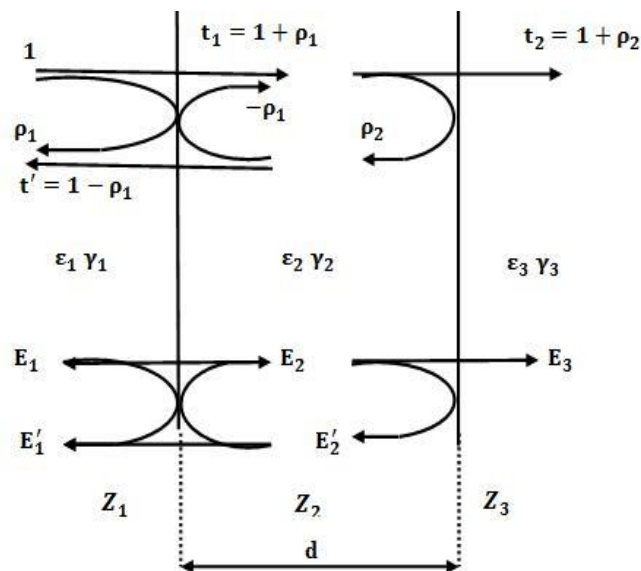


Figure .I.11: Représentation globale des multi- réflexions dans un diélectrique .

Nous définirons les grandeurs suivantes :

Y_2 : Constante de propagation dans le diélectrique étudié

E_1 : Champ incident sur le premier dioptré.

$E'_{1'}$: Champ total réfléchi au niveau du premier dioptré.

E_2 : Champ total sur le premier dioptré à l'intérieur du diélectrique.

E'_2 : Champ total réfléchi au niveau du second dioptré à l'intérieur du diélectrique.

E_3 : Champ total transmis.

ρ_1 : Coefficient de réflexion sur le premier dioptré.

t_1 : Coefficient de transmission au niveau du premier dioptré.

ρ_2' : Coefficient de réflexion sur le second dioptré.

t_2 : Coefficient de transmission au niveau du second dioptré

Nous aurons sur la première interface du côté amont :

$$\rho_1 = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}$$

Alors du côté aval nous aurons :

$$\rho_2 = \frac{Z_3 - Z_2}{Z_3 + Z_2}$$

On peut alors établir les équations des champs suivantes :

$$\begin{cases} E_2 = (1 + \rho_1)E_1 - \rho_1 E_2' \exp(-\gamma_2 d) \\ E_3 = (1 + \rho_2)E_2 \exp(-\gamma_2 d) \\ E_2' = \rho_2 E_2 \exp(-\gamma_2 d) \\ E_1' = \rho_1 E_1 + (1 - \rho_2) E_2' \exp(-\gamma_2 d) \end{cases}$$

Nous déduisons à partir de ce système d'équations les expressions générales du coefficient de réflexion global R et du coefficient de transmission global T :

$$R = \frac{E_1'}{E_1} = \frac{\rho_1 + \rho_2 \exp(-2\gamma d)}{1 + \rho_1 \rho_2 \exp(-2\gamma d)}$$

$$T = \frac{E_3}{E_1} = \frac{(1 + \rho_1) + (1 + \rho_2) \exp(-2\gamma d)}{1 + \rho_1 \rho_2 \exp(-2\gamma d)}$$

Ces deux relations fondamentales serviront à définir les principaux protocoles expérimentaux utilisés en spectroscopie temporelle. Lors de leurs présentations nous donnerons leurs avantages et leurs inconvénients.

I.4.2 Méthode de la première réflexion

Cette méthode est la première à avoir été mise en œuvre dans la S.D.T. Elle consiste à ne prendre en compte que la première réflexion qui se produit à la première interface air/échantillon. Pour rendre ceci réalisable, il faut que l'échantillon soit suffisamment

long pour rejeter les réflexions d'ordre supérieur au-delà de toutes les informations portées par la première réflexion.

Une première mesure, en présence de l'échantillon, nous donne le signal $R(t)$ réfléchi par l'interface air/diélectrique, puis une deuxième mesure qui donne le signal $R(t)$ réfléchi par un court-circuit celui-ci étant placé à l'endroit qu'occupait précisément la face avant du matériau.

Nous donnons ci-dessous les signaux correspondants.

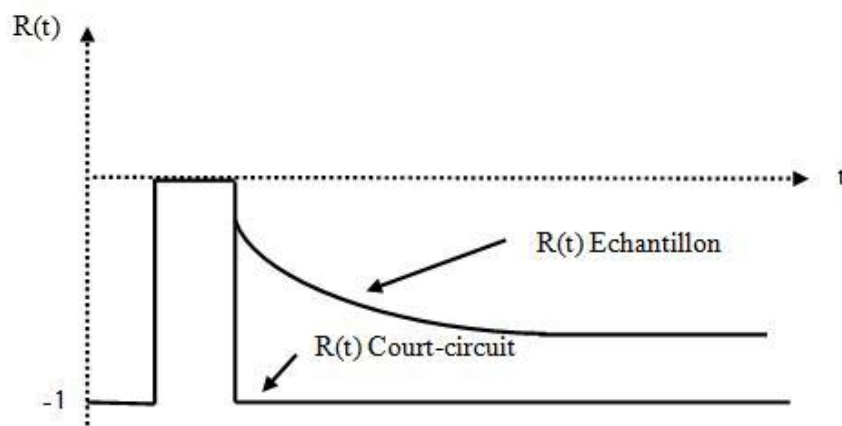


Figure .I.12 : Signaux incident et réfléchi dans le cas de la première réflexion.

A partir de la relation précédente

$$\rho_1(\omega) = R(\omega) = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} ;$$

$$Z_2 = Z \text{ et } Z_1 = Z_0 \text{ donc,}$$

$$R(\omega) = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0}$$

En remplaçant Z par son expression donnée dans l'équation

$$R(\omega) = \frac{1 - \sqrt{\varepsilon}}{1 + \sqrt{\varepsilon}}$$

La permittivité est complexe, donc nous pouvons la noter ε^* , à partir de la relation précédente

La permittivité est complexe, donc nous pouvons la noter ε^* , à partir de la relation précédente :

Cette dernière expression nous montre combien il est facile d'extraire ε^* à partir du coefficient de réflexion $R(\omega)$ ce qui est un avantage considérable. Cependant elle présente des inconvénients.

- L'échantillon doit être d'autant plus long que nous sommes en présence de relaxation basse fréquence afin de tenir compte de la décroissance de la courbe de réponse temporelle.
- Le deuxième inconvénient de cette méthode est que dans le cas général où $\mu \neq 0$ on ne peut pas séparer la permittivité et la perméabilité car nous disposons seulement comme information de:

$$\frac{\varepsilon}{\mu} = \left(\frac{1 - \rho}{1 + \rho} \right)^2$$

Toutefois pour les études sous champ magnétique où la permittivité ne varie pas en fonction de B : $\varepsilon(B \neq 0) = \varepsilon(B = 0)$, nous pourrions étudier les variations de:

$$\mu = \left(\frac{1 + \rho}{1 - \rho} \right)^2$$

• Enfin l'inconvénient majeur de cette méthode consiste à pouvoir maîtriser la dynamique des phases qui est extrêmement faible. En effet, compte tenu que:

$$\rho = \frac{1 - \sqrt{\varepsilon}}{1 + \sqrt{\varepsilon}} = \frac{1 - n' + jn''}{1 + n' - jn''}$$

avec $n = \sqrt{\varepsilon} = n' - jn''$ représentant l'indice du milieu.

Nous pouvons écrire également :

$$\rho = R(\rho) + jI(\rho) = |\rho|e^{-j\phi}$$

soit ;
$$\phi = \text{Artg} \left(\frac{n''}{n'-1} \right) - \text{Artg} \left(\frac{n''}{n'+1} \right)$$

Comme n'' est très inférieur à n' la phase ϕ reste toujours faible. En effet, si nous considérons le signal de référence $R_{cc}(t)$ et le signal temporel donné par l'échantillon décalé d'une quantité δt , la réponse obtenues après utilisation d'une transformée de Fourier est donnée par:

$$R_{déca}(\omega) = \frac{TFD[V(t + \delta t)]}{TFD[R_{cc}(t)]} = \frac{\Delta t \sum_0^N V(t + \delta t)e^{-j\omega t}}{\Delta t \sum_0^N R_{cc}(t)e^{-j\omega t}}$$

Il vient alors que $R_{déca}(\omega) = R(\omega)\exp(-j\omega\delta t)$ avec $R(\omega)$ le signal recherché. Il existe entre les deux expressions un terme de correction de phase $\exp(-j\omega\delta t)$. Cette correction peut devenir importante aux limites hautes fréquence de la bande d'intérêt en particulier pour les matériaux

Cette méthode, qui est parfaitement adaptée au cas des liquides, laisse sa place pour des protocoles mieux adaptés basés sur un processus de multi-réflexions.

I.4.3 Méthodes à réflexions multiples

Contrairement à la méthode de la première réflexion, les méthodes à réflexions multiples permettent d'analyser la totalité des signaux réfléchis par les deux interfaces air/diélectrique et diélectrique/air. La forme du signal à analyser dépend de la nature de la charge placée en bout de ligne porte-échantillon (cellule).

Différentes méthodes ont été proposées pour décrire les signaux observés pour différents types de charges terminales :

Ligne court-circuitée

Ligne adaptée.

Ligne ouverte.

I.4.3.1 Méthode de la ligne court-circuitée ($Z_t=0$)

Cette méthode, très utilisée seulement pour des fréquences ponctuelles, semble moins intéressante pour caractériser des matériaux diélectriques en large bande.

$Z_t=0$ cad $\rho_2=-1$

Les signaux correspondants à cette méthode sont schématisés sur la figure ci-dessous:

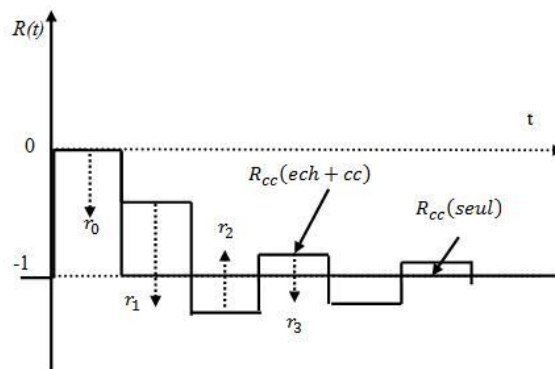


Figure. I.13 : Représentation des multi- réflexions pour la méthode de la ligne court-circuitée.

$$R(\omega) = \frac{\rho - \exp(-2\gamma d)}{1 - \rho \exp(-2\gamma d)}$$

on peut calculer le coefficient de réflexion global qui s'exprime par

$$\rho = \rho_1 = \frac{1 - \sqrt{\varepsilon}}{1 + \sqrt{\varepsilon}} \quad \text{et} \quad \gamma = \gamma_2$$

a partir de $R(\omega)$ nous pouvons tirer l'impédance $Z(\omega)$.

$$Z(\omega) = \frac{1 + R(\omega)}{1 - R(\omega)} = \frac{1 + \rho}{1 - \rho} \frac{1 - \exp(-2\gamma d)}{1 + \exp(-2\gamma d)}$$

en remplaçant γ par son expression donnée dans l'équation (I.4), on obtient.

$$Z(\omega) = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \tanh\left(j \frac{\omega}{c} d \sqrt{\varepsilon \mu}\right)$$

Donc pour calculer la permittivité ε à partir de $Z(\omega)$, il faut résoudre l'équation transcendante en utilisant les méthodes numériques.

En basse fréquence, on peut faire une approximation, $\gamma d \ll 1$, puis on fait un développement limité au premier ordre du $\tanh(\gamma d)$ et on obtient la relation suivante.

$$Z(\omega) = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \left(j \frac{\omega}{c} d \sqrt{\varepsilon \mu} \right) = j \mu \frac{\omega}{c} d$$

En conséquence la permittivité du matériau à étudier est pratiquement impossible à déterminer en basses fréquences pour des échantillons minces, la dépendance en ε n'intervenant qu'à l'ordre supérieur. En fait, cette méthode sera principalement utilisée pour des mesures de perméabilité sur des matériaux magnétiques ou sur des matériaux de grande longueur.

Une autre difficulté inhérente à cette méthode est que l'équation à résoudre pour obtenir la permittivité à partir de $Z(\omega)$ est transcendante ce qui nécessite l'utilisation d'une méthode itérative. On peut toutefois obtenir une solution simple dans le cas où on disposerait d'un échantillon avec deux épaisseurs. Les expressions des impédances sont :

$$Z_1 = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \tanh\left(j \frac{\omega}{c} d \sqrt{\varepsilon \mu}\right)$$

$$Z_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \tanh\left(j \frac{\omega}{c} 2d \sqrt{\varepsilon \mu}\right)$$

Si on pose alors

$$p = \frac{Z_1}{Z_2} \quad \text{et} \quad x = \exp\left(-2j \frac{\omega}{c} d \sqrt{\varepsilon \mu}\right)$$

On obtient

$$p = \frac{1 - x}{1 + x} \frac{1 + x^2}{1 - x^2} = \frac{1 + x^2}{(1 + x)^2}$$

Soit finalement connaissant x on obtient $x_1 = \sqrt{\varepsilon\mu}$ que l'on porte dans l'expression de Z_1 , et on a:

$$x_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \text{ soit finalement :}$$

$$\varepsilon = \frac{x_1}{x_2} \text{ et } \mu = x_1 x_2$$

I.4.3.2 Méthode de la ligne adaptée ($Z_t = Z_0$)

Le matériau est placé dans une ligne à air terminée par son impédance caractéristique Z_0 (50Ω) donc ce cas l'onde globale transmise à travers l'échantillon ne pourra revenir sur celui-ci. Les signaux correspondants sont schématisés ci-dessous:

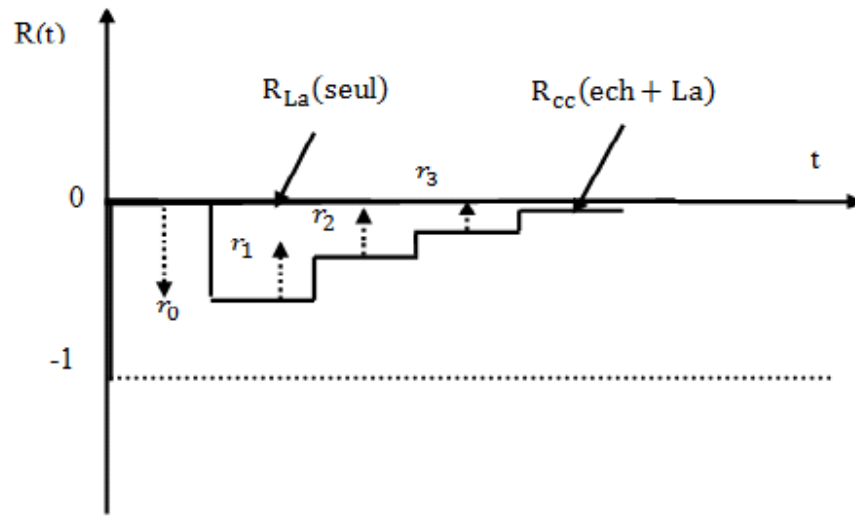


Figure. I.14 : Représentation des multi réflexions pour la méthode de la ligne adaptée.

Les conditions expérimentales imposent que :

$$\rho_1 = \rho = \frac{1 - \sqrt{\varepsilon}}{1 + \sqrt{\varepsilon}}$$

$$\rho_2 = -\rho = \frac{\sqrt{\varepsilon} - 1}{\sqrt{\varepsilon} + 1}$$

on peut porter ces deux dernières expressions dans l'expression (I.37), on obtient:

$$R = \frac{\rho(1 - \exp(-2\gamma d))}{(1 - \rho^2 \exp(-2\gamma d))}$$

On déduit l'admittance Y au niveau de la première interface.

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1 - R}{1 + R} = \frac{1 - \rho}{1 + \rho} \times \frac{1 + \rho \exp(-2\gamma d)}{1 - \rho \exp(-2\gamma d)}$$

Dans le cas général où le matériau présente une perméabilité non nulle, il vient.

$$Y = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \frac{\sqrt{\mu} + \sqrt{\varepsilon} + (\sqrt{\mu} - \sqrt{\varepsilon}) \exp\left(-2j \frac{\omega}{c} d \sqrt{\varepsilon \mu}\right)}{\sqrt{\mu} - \sqrt{\varepsilon} - (\sqrt{\mu} - \sqrt{\varepsilon}) \exp\left(-2j \frac{\omega}{c} d \sqrt{\varepsilon \mu}\right)}$$

En développant cette équation on obtient:

$$Y = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \frac{\sqrt{\mu} \left(1 + \exp\left(-2j \frac{\omega}{c} d \sqrt{\varepsilon \mu}\right)\right) + \sqrt{\varepsilon} \left(1 - \exp\left(-2j \frac{\omega}{c} d \sqrt{\varepsilon \mu}\right)\right)}{\sqrt{\mu} \left(1 - \exp\left(-2j \frac{\omega}{c} d \sqrt{\varepsilon \mu}\right)\right) + \sqrt{\varepsilon} \left(1 + \exp\left(-2j \frac{\omega}{c} d \sqrt{\varepsilon \mu}\right)\right)}$$

En faisant intervenir la tangente hyperbolique, on obtient :

$$Y = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \frac{1 + \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \operatorname{th}\left(j \frac{\omega}{c} d \sqrt{\varepsilon \mu}\right)}{\operatorname{th}\left(j \frac{\omega}{c} d \sqrt{\varepsilon \mu}\right) + \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}}$$

Dans le cas d'un matériau diélectrique sans perméabilité, Y devient:

$$Y = \sqrt{\varepsilon} \frac{1 + \sqrt{\varepsilon} \operatorname{th}\left(j \frac{\omega}{c} d \sqrt{\varepsilon}\right)}{\operatorname{th}\left(j \frac{\omega}{c} d \sqrt{\varepsilon}\right) + \sqrt{\varepsilon}}$$

Cette équation est transcendante, sa résolution nécessite un traitement informatique.

Si nous effectuons un développement asymptotique aux temps longs en considérant que la quantité γd est très ($\gamma d \ll 1$) nous obtenons pour $t \rightarrow \infty$, $\omega \rightarrow 0$.

$$\exp(-2\gamma d) = 1 - 2\gamma d$$

Dans ces conditions, le coefficient de réflexion devient :

$$R(\omega \rightarrow 0) = \frac{2\rho\gamma d}{1 - \rho^2 + 2\rho^2\gamma d}$$

soit en remplaçant ρ par sa valeur, nous obtenons:

$$R(\omega \rightarrow 0) = \frac{(1 - \varepsilon) 2j \frac{\omega}{c} d \sqrt{\varepsilon}}{4\sqrt{\varepsilon} + (1 - \sqrt{\varepsilon})^2 2j \frac{\omega}{c} d \sqrt{\varepsilon}} = \frac{(1 - \varepsilon) j \frac{\omega}{c} d}{2 + (1 - \sqrt{\varepsilon})^2 j \frac{\omega}{c} d}$$

Si nous considérons un échantillon présentant une conductivité la permittivité s'écrit comme suit :

$$\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon'' - j \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0}$$

En remplaçant dans l'équation

$$R(\omega \rightarrow 0) = \frac{\left(1 - \varepsilon' + j\varepsilon'' + j\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\right) j\frac{\omega}{c} d}{2 + \left(1 - \sqrt{\varepsilon' - j\varepsilon'' - j\frac{\sigma}{\varepsilon_0\omega}}\right)^2 j\frac{\omega}{c} d}$$

Pour $\omega = 0$ on obtient :

$$R(\omega \rightarrow 0) = \frac{\frac{\sigma}{c\varepsilon_0} d}{2 + \frac{\sigma}{c\varepsilon_0} d}$$

qui conduit à :

$$\frac{\sigma}{\varepsilon_0} = -\frac{c}{d} \frac{2R(\omega = 0)}{1 + R(\omega = 0)} = -\frac{c}{d} \frac{2R(t \rightarrow \infty)}{1 + R(t \rightarrow \infty)}$$

Le premier avantage de cette méthode est donc d'obtenir simplement la conductivité DC du matériau à partir de la valeur asymptotique de $R(t)$.

Second avantage, qui est de définir à priori est très simplement, par simple observation du signal temporel, la nature du type du matériau que l'on veut étudier, et ainsi permettre de choisir le protocole expérimental le mieux adapté à sa caractérisation (figure. I. 15) [4], [5].

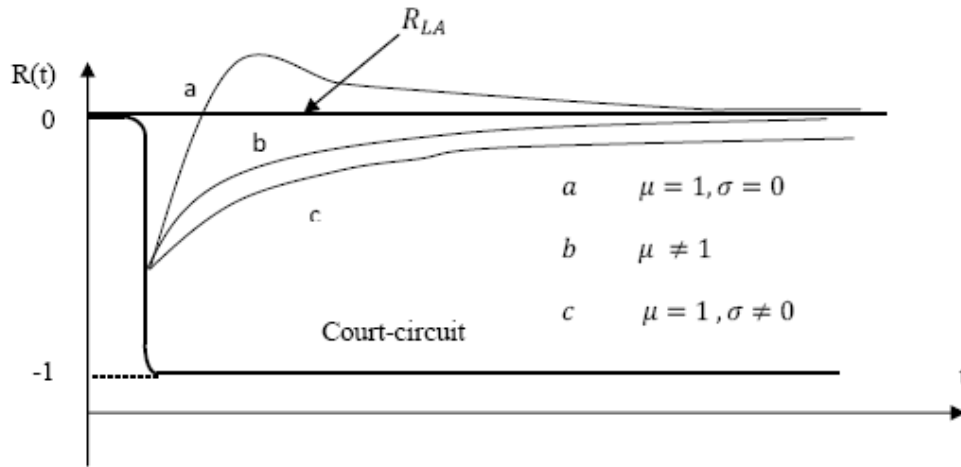


Figure. I. 15: Représentation schématique des différentes réponses temporelles en ligne adaptée en fonction des caractéristiques électromagnétiques du matériau

I.4.3.3 Méthodes de la ligne ouverte ($Z_t = \infty$ et $Y_t = 0$)

La principale difficulté de cette méthode consiste à réaliser une impédance terminale ($Z_t = \infty$ et $Y_t = 0$). En effet, si pour une fréquence fixe en mesure guidée il est relativement facile de satisfaire cette condition en plaçant un court-circuit à $\lambda/4$ de la face arrière de l'échantillon, il est beaucoup plus délicat et difficile à mettre en œuvre dans les dispositifs large bande. Nous supposons toutefois que nous savons réaliser une telle condition pour pouvoir poser les principes de base et ensuite développer une étude détaillée.

Les signaux correspondants sont schématisés ci-dessous:

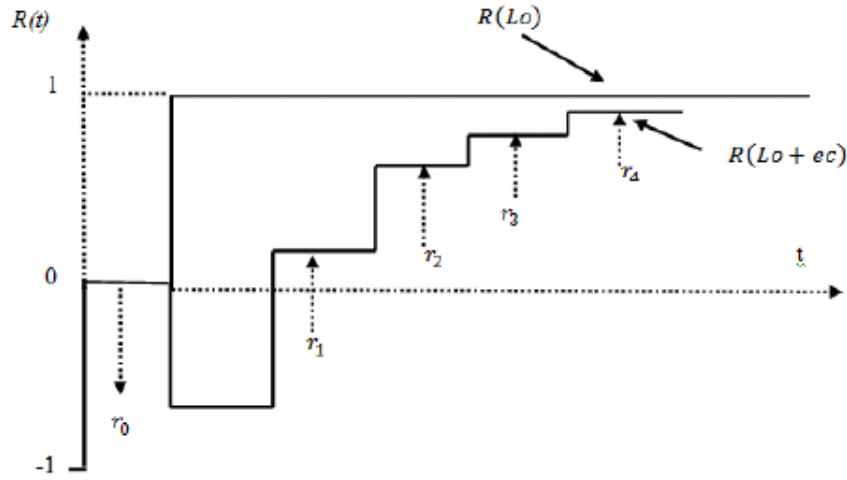


Figure. I.16: Représentation des multi-réflexions pour la méthode de ligne ouverte.

La réflexion au niveau du dioptré diélectrique / charge terminale est égale à $\rho_2 = +1$ dans le cas idéal; par ailleurs l'échantillon étant toujours placé dans une ligne à air $\rho_1 = \rho$, nous avons toujours:

$$\rho = \frac{1 - \sqrt{\epsilon}}{1 + \sqrt{\epsilon}}$$

Le coefficient de réflexion est alors donné par:

$$R(\omega) = \frac{\rho + \exp(-2\gamma d)}{1 - \rho \exp(-2\gamma d)}$$

ce qui conduit finalement à l'impédance globale du système:

$$Z(\omega) = \frac{1 + R(\omega)}{1 - R(\omega)} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} \coth(\gamma d)$$

L'échantillon est placé contre une ligne ouverte, ce qui donne généralement des valeurs d'impédances Z très grandes, voire infinies pour certains diélectriques ne possédant aucune conductivité. Il est donc plus commande d'exprimer l'expression précédente sous la forme d'une admittance dont la valeur sera voisine de zéro, ainsi sera plus compatible au traitement mathématique.

$$Y(\omega) = \frac{1}{Z(\omega)} = \frac{1 - R(\omega)}{1 + R(\omega)} = \frac{1 - \rho}{1 + \rho} \tanh(\gamma d)$$

on sait que:

$$\gamma = j \frac{\omega}{c} d \sqrt{\epsilon \mu}$$

Donc Y devient:

$$Y(\omega) = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \tanh\left(j \frac{\omega}{c} d \sqrt{\varepsilon \mu}\right)$$

et si le matériau est un diélectrique pur ($\mu = 1$).

$$Y = \sqrt{\varepsilon} \tanh\left(j \frac{\omega}{c} d \sqrt{\varepsilon}\right)$$

Pour trouver la permittivité du matériau, connaissant l'admittance Y , il faut résoudre cette équation transcendante par une méthode itérative.

Si nous effectuons un développement limité de la tangente hyperbolique en basses fréquences, nous obtenons :

$$Y \cong \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \left(j \frac{\omega}{c} d \sqrt{\varepsilon \mu} \right)$$

$$Y \cong j \frac{\omega d}{c} \varepsilon$$

La variation de l'admittance est du premier ordre en ε tandis que la dépendance en μ n'apparaît uniquement aux ordres supérieurs. Cette méthode est donc particulièrement bien adaptée à l'étude des matériaux diélectriques, par contre elle n'est pas performante pour les mesures sur les matériaux magnétiques et aussi intéressante pour l'étude des matériaux présentant une conductivité σ .

En présence d'une conductivité on aura :

$$\varepsilon = \varepsilon' - j \left(\varepsilon'' + \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0} \right)$$

En remplaçant dans l'équation (I.69) on obtient :

$$Y(\omega \rightarrow 0) = j \frac{\omega}{c} d \left(\varepsilon' - j \varepsilon'' - j \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0} \right)$$

$$= \frac{\sigma d}{\varepsilon_0 c} = Y(t \rightarrow \infty)$$

$$\sigma = \frac{\varepsilon_0 c}{d} Y(t \rightarrow \infty)$$

Sachant que

$$Y(t \rightarrow \infty) = \frac{1 - R(\omega \rightarrow 0)}{1 + R(\omega \rightarrow 0)}$$

$R(\omega \rightarrow 0)$ est déterminé par le rapport $\frac{V(t \rightarrow \infty)}{V_0(t \rightarrow 0)}$ qui est le rapport entre le signal $V(t)$ issu d'une ligne ouverte en présence de l'échantillon sur le signal $V_0(t)$ issu d'une ligne ouverte sans l'échantillon.

Cette méthode, comparée aux méthodes précédentes présente un inconvénient majeur inhérent à la présence des effets de bout (figure .I.17) dont on devra tenir compte dans le calcul de l'admittance Y .

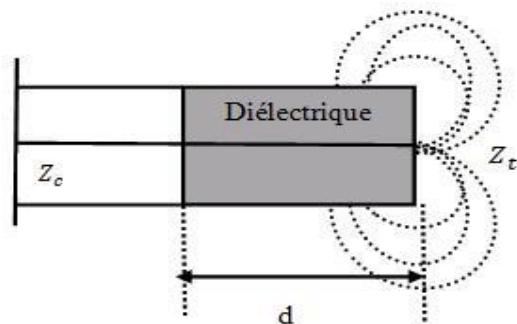


Figure. I. 17 : Les effets de bout issus de la ligne ouverte.

Dans la méthode du court-circuit ou de la ligne adaptée, l'impédance terminale est parfaitement connue et permet de calculer l'impédance équivalente du diélectrique vue de la première interface, mais dans le cas de la ligne ouverte, la terminaison est en fait le vide (ou tout au moins l'air ambiant), on serait tenté de donner à l'impédance terminale une valeur qui tend vers l'infini.

Pour un échantillon, qui possède une très forte conductivité, cela est peut-être vrai, car les lignes de champs auront un chemin préférentiel qui est alors situé dans l'échantillon. Par contre, si ce dernier n'est que faiblement conducteur (ce qui est le cas en général d'un diélectrique classique), les lignes de champs en bout de ligne vont se refermer en différents points du conducteur extérieur (masse), l'impédance terminale "ne peut plus alors être considérée comme infinie, la réflexion à l'interface diélectrique/impédance" terminale est indéterminée, et l'impédance Z permettant de

calculer la permittivité , n'est plus définie. Il faut donc caractériser ces effets de bout.

Comme exemple, on prend la cellule suivante dont le conducteur extérieur est plus long que le conducteur intérieur, et si cette longueur est suffisante, les lignes de champs se referment à l'intérieur de la cellule.

La cellule est constituée de façon habituelle, de conducteur central est simplement raccourci d'une longueur L , entre l'extrémité de celui-ci et le plan limitant la propagation.

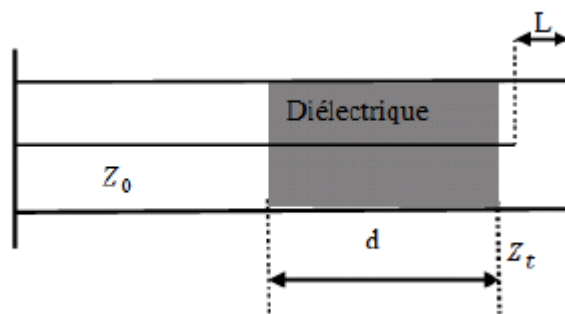


Figure. I.18 : Configuration permettant d'éviter les effets de bout.